

Agnieszka Kamińska
Dorota Ponczek

Wymagania edukacyjne MATEMATYKA 4 Zakres podstawowy i rozszerzony

uwzględnia zmiany z 2024 r. wynikające z uszczuplenia podstawy
programowej

Klasa 4



© Copyright by Nowa Era Sp. z o.o.
Warszawa 2024

1. CIĄGI

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wyznacza kolejne wyrazy ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu opisanego słownie
• szkicuje wykres ciągu
• wyznacza wzór ogólny ciągu, gdy danych jest kilka jego początkowych wyrazów
• wyznacza wyrazy ciągu spełniające dany warunek (np. przyjmujące daną wartość) – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów monotonicznych, których wyrazy spełniają podane warunki
• uzasadnia, że dany ciąg nie jest monotoniczny
• wyznacza wyraz a_{n+1} ciągu określonego wzorem ogólnym
• bada monotoniczność ciągu – w prostszych przypadkach
• wyznacza początkowe wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym lub określonego rekurencyjnie oraz wzór rekurencyjny ciągu, gdy dany jest wzór ogólny – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór ogólny ciągu, będącego sumą, różnicą, iloczynem lub ilorazem danych ciągów, i bada ich monotoniczność – w prostych przypadkach
• podaje przykłady ciągów arytmetycznych
• wyznacza wyrazy ciągu arytmetycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i różnica
• określa monotoniczność ciągu arytmetycznego
• wyznacza wzór ogólny ciągu arytmetycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu arytmetycznego do wyznaczania wyrazów ciągu arytmetycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest arytmetyczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• podaje przykłady ciągów geometrycznych
• wyznacza wyrazy ciągu geometrycznego, gdy dane są jego pierwszy wyraz i iloraz
• wyznacza wzór ogólny ciągu geometrycznego, gdy dane są dwa jego wyrazy
• określa monotoniczność ciągu geometrycznego
• sprawdza, czy dany ciąg jest geometryczny – w prostych przypadkach
• oblicza sumę n początkowych wyrazów ciągu geometrycznego
• wyznacza wartości niewiadomych tak, aby wraz z danymi liczbami tworzyły ciąg arytmetyczny lub geometryczny – w prostych przypadkach
• stosuje własności ciągu arytmetycznego i ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu – w prostych przypadkach
• oblicza wysokość kapitału przy różnych okresach kapitalizacji
• oblicza oprocentowanie lokaty i okres oszczędzania – w prostych przypadkach
• ustala na podstawie wykresu, czy dany ciąg ma granicę, a w przypadku ciągu zbieżnego podaje jej wartość
• ustala liczbę wyrazów danego ciągu oddalonych od danej liczby o podaną wartość oraz liczbę wyrazów większych (mniejszych) od danej wartości – w prostych przypadkach
• podaje granice ciągów $a_n = q^n$, gdy $q \in (-1; 1)$, $a_n = \frac{1}{n^k}$, gdy $k > 0$ oraz $a_n = \sqrt[n]{a}$, gdy $a > 0$
• rozpoznaje ciąg rozbieżny na podstawie wykresu i określa, czy ma on granicę niewłaściwą, czy nie ma granicy
• stosuje twierdzenie o rozbieżności ciągów: $a_n = q^n$ dla $q > 1$ oraz $a_n = n^k$ dla $k > 0$
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy dany szereg geometryczny jest zbieżny
• oblicza sumę szeregu geometrycznego – w prostych przypadkach

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• wyznacza wzór ogólny ciągu spełniającego podane warunki – w trudniejszych przypadkach
• bada monotoniczność ciągów
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności związane ze wzorem rekurencyjnym ciągu
• rozwiązuje równania z zastosowaniem wzorów na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego i geometrycznego – w trudniejszych przypadkach
• stosuje związek między trzema kolejnymi wyrazami ciągu geometrycznego w zadaniach różnego typu
• uzasadnia wzory, stosując wzór na sumę n początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego
• stosuje w zadaniach własności ciągów arytmetycznego i geometrycznego, w tym wzory na sumę n początkowych wyrazów tych ciągów, również osadzonych w kontekście praktycznym i na dowodzenie
• rozwiązuje zadania związane z lokatami dotyczące okresu oszczędzania, wysokości oprocentowania oraz zadania związane z kredytami
• oblicza granice ciągów, korzystając z twierdzeń o granicach ciągów zbieżnych i rozbieżnych – w trudniejszych przypadkach
• stosuje wzory na sumę wyrazów ciągu arytmetycznego do obliczania granic ciągów
• uzasadnia, że dany ciąg nie ma granicy
• oblicza granice ciągów, stosując twierdzenie o trzech ciągach
• wyznacza wartości zmiennej, dla której szereg jest zbieżny
• stosuje wzór na sumę szeregu geometrycznego w zadaniach dotyczących własności ciągów
• rozwiązuje równania, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• zamienia ułamek okresowy na ułamek zwykły

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności dotyczące ciągów, w szczególności monotoniczności ciągu
• rozwiązuje zadania dotyczące długości krzywych, stosując wzór na sumę szeregu geometrycznego
• wyznacza granicę ciągu w zależności od wartości parametru
• uzasadnia istnienie granicy niewłaściwej

2. RACHUNEK RÓŻNICZKOWY

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie. np. na podstawie jej wykresu – w prostych przypadkach
• oblicza granice funkcji w punkcie, korzystając z twierdzeń o granicach – w prostych przypadkach
• oblicza granice jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice niewłaściwe funkcji w punkcie – w prostych przypadkach

• wyznacza granice niewłaściwe jednostronne funkcji w punkcie – w prostych przypadkach
• wyznacza granice funkcji w nieskończoności – w prostych przypadkach
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w prostych przypadkach
• sprawdza, czy funkcja jest ciągła w danym punkcie – w prostych przypadkach
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w prostych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie i oblicza miarę kąta, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w prostych przypadkach
• wyznacza równanie stycznej do wykresu funkcji w danym punkcie
• wyznacza funkcję pochodną wielomianów i oblicza jej wartość w danym punkcie
• stosuje twierdzenie o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz pochodnej funkcji – w prostych przypadkach
• wyznacza wzór funkcji złożonej i jej dziedzinę – w prostych przypadkach
• stosuje pochodną funkcji do wyznaczania prędkości oraz przyspieszenia poruszających się ciał – w prostych przypadkach
• korzysta z własności pochodnej do wyznaczania przedziałów monotoniczności wielomianów
• podaje ekstremum funkcji, korzystając z jej wykresu
• wyznacza ekstrema wielomianów, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum
• uzasadnia, że dany wielomian nie ma ekstremum
• wyznacza najmniejszą i największą wartość wielomianu w przedziale domkniętym – w prostych przypadkach
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne – w prostych przypadkach
• podaje i stosuje schemat badania własności funkcji
• szkicuje wykres wielomianu na podstawie badania jego własności

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• uzasadnia, że funkcja nie ma granicy w punkcie
• uzasadnia, że dana liczba jest granicą funkcji w punkcie
• oblicza granicę funkcji w punkcie, również granice funkcji w postaci $y = \sqrt{f(x)}$ oraz granice funkcji trygonometrycznych
• stosuje twierdzenie o związku między wartościami granic jednostronnych w punkcie a granicą funkcji w punkcie
• oblicza granice funkcji w nieskończoności
• wyznacza równania asymptot pionowych i poziomych wykresu funkcji – w trudniejszych przypadkach
• bada ciągłość funkcji
• wyznacza wartości parametrów, dla których funkcja jest ciągła w danym punkcie lub przedziale
• stosuje własność Darboux do uzasadniania istnienia miejsca zerowego funkcji i wyznaczania jego przybliżonej wartości
• oblicza pochodną funkcji w punkcie, korzystając z jej definicji – w trudniejszych przypadkach
• stosuje interpretację geometryczną pochodnej funkcji w punkcie do wyznaczania współczynnika kierunkowego stycznej do wykresu funkcji w punkcie; oblicza kąt, jaki ta styczna tworzy z osią OX – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia istnienie pochodnej funkcji w punkcie
• stosuje twierdzenia o pochodnej sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji do wyznaczania funkcji pochodnej oraz obliczania wartości pochodnej funkcji w punkcie

• wyznacza współrzędne punktu, w którym styczna do wykresu funkcji spełnia podane warunki
• wyznacza pochodne funkcji trygonometrycznych
• wyznacza pochodną funkcji złożonej
• stosuje interpretację fizyczną pochodnej funkcji
• wyznacza przedziały monotoniczności funkcji – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia monotoniczność funkcji w danym zbiorze
• wyznacza wartości parametrów tak, aby funkcja była monotoniczna
• wyznacza ekstrema funkcji, stosując warunki konieczny i wystarczający istnienia ekstremum – w trudniejszych przypadkach
• uzasadnia, że funkcja nie ma ekstremum
• rozwiązuje zadania z parametrem dotyczące ekstremów funkcji
• wyznacza wartości funkcji najmniejszą i największą w przedziale domkniętym
• rozwiązuje zadania optymalizacyjne
• bada własności funkcji i szkicuje jej wykres

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

• wyprowadza wzory na pochodne funkcji
• wyprowadza wzory na pochodną sumy, różnicy, iloczynu i ilorazu funkcji
• wyznacza równania asymptot ukośnych wykresu funkcji
• rozwiązuje zadania o podwyższonym stopniu trudności, wykorzystując pochodną i jej własności

3. STATYSTYKA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę zestawu danych
• oblicza średnią ważoną liczb z podanymi wagami

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych przedstawionych różnymi sposobami
• wykorzystuje w zadaniach średnią arytmetyczną, medianę, dominantę i średnią ważoną – w trudniejszych przypadkach
• oblicza średnią arytmetyczną, wyznacza medianę i dominantę danych pogrupowanych różnymi sposobami
• rozwiązuje zadania dotyczące statystyki – w trudniejszych przypadkach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów (K) – (D) oraz:

- rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące statystyki

4. RACHUNEK PRAWDOPODOBIEŃSTWA

Poziom (K) lub (P)

Uczeń otrzymuje ocenę **dopuszczającą** lub **dostateczną**, jeśli:

• wypisuje wszystkie możliwe wyniki danego doświadczenia
• stosuje regułę mnożenia do wyznaczenia liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w typowych sytuacjach
• przedstawia drzewo ilustrujące wyniki danego doświadczenia – w prostych sytuacjach
• wypisuje wszystkie możliwe permutacje danego zbioru
• wykonuje obliczenia, stosując definicję silni
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w prostych sytuacjach
• oblicza wartość symbolu Newtona
• oblicza liczbę kombinacji – w prostych sytuacjach
• stosuje regułę dodawania do obliczania liczby wyników spełniających dany warunek – w prostych sytuacjach
• wykorzystuje podstawowe pojęcia kombinatoryki do rozwiązywania zadań o niewielkim stopniu trudności
• określa przestrzeń (zbiór) zdarzeń elementarnych dla danego doświadczenia
• wypisuje wyniki sprzyjające danemu zdarzeniu losowemu
• określa zdarzenia: przeciwne, niemożliwe, pewne i wykluczające się
• wyznacza sumę, iloczyn i różnicę zdarzeń losowych – w prostych sytuacjach
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w typowych sytuacjach
• podaje rozkład prawdopodobieństwa dla rzutu kostką
• oblicza prawdopodobieństwo zdarzenia przeciwnego
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w prostych sytuacjach
• sprawdza, czy są spełnione założenia twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym – w prostych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w prostych sytuacjach
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa przyczyny – w prostych przypadkach
• ilustruje doświadczenie wieloetapowe za pomocą drzewa
• oblicza prawdopodobieństwo sukcesu i porażki w pojedynczej próbie Bernoulliego
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w prostych przypadkach
• podaje rozkład zmiennej losowej i przedstawia go za pomocą tabeli – w prostych przypadkach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w prostych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa

Poziom (R) lub (D)

Uczeń otrzymuje ocenę **dobrą** lub **bardzo dobrą**, jeśli opanował poziomy (K) i (P) oraz dodatkowo:

• stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania do obliczania liczby wyników doświadczenia spełniających dany warunek – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę permutacji danego zbioru – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji bez powtórzeń – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę wariacji z powtórzeniami – w złożonych sytuacjach
• oblicza liczbę kombinacji – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności trójkąta Pascala
• wykorzystuje wzór dwumianowy Newtona do rozwinięcia wyrażeń postaci $(a + b)^n$ i wyznaczenia współczynników wielomianów
• uzasadnia zależności, w których występuje symbol Newtona
• stosuje klasyczną definicję prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń losowych – w złożonych sytuacjach
• stosuje twierdzenie o prawdopodobieństwie sumy zdarzeń – w złożonych sytuacjach
• stosuje własności prawdopodobieństwa do obliczania prawdopodobieństw zdarzeń
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń
• oblicza prawdopodobieństwo warunkowe – w złożonych sytuacjach
• oblicza prawdopodobieństwo całkowite – w złożonych sytuacjach
• ilustruje doświadczenia wieloetapowe za pomocą drzewa i na tej podstawie oblicza prawdopodobieństwa zdarzeń
• stosuje wzór Bayesa do obliczania prawdopodobieństwa zdarzenia
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania k sukcesów w n próbach – w złożonych sytuacjach
• stosuje wzór Bernoulliego do obliczenia prawdopodobieństwa otrzymania co najmniej k sukcesów w n próbach
• podaje rozkład zmiennej losowej – w złożonych sytuacjach
• oblicza wartość oczekiwaną zmiennej losowej – w trudnych przypadkach
• rozstrzyga, czy gra jest sprawiedliwa – w złożonych sytuacjach

Poziom (W)

Uczeń otrzymuje ocenę **celującą**, jeśli opanował wiedzę i umiejętności z poziomów od (K) do (D) oraz:

• rozwiązuje zadania o znacznym stopniu trudności dotyczące własności prawdopodobieństwa
• udowadnia wzór Bayesa
• stosuje własności prawdopodobieństwa w dowodach twierdzeń